אוניברסיטת תל אביב

סמסטר ב' תשפ"ג

**מבני נתונים - פרויקט מספר 1 - עץ דרגות**

ליאור צמח 212258990

אלה בר 207768987

# שאלה 1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **מספר סידורי i** | **מספר חילופים במערך ממוין-הפוך** | **עלות מיון AVL עבור מערך ממוין-הפוך** | **מספר חילופים במערך מסודר אקראית** | **עלות מיון AVL עבור מערך מסודר אקראי** | **מספר החילופים במערך כמעט ממוין** | **עלות מיון AVL עבור מערך כמעט ממוין** |
| 1 | 4498500 | 61824 | 2247182 | 54514 | 448500 | 48967 |
| 2 | 17997000 | 135655 | 8927405 | 123720 | 897000 | 105326 |
| 3 | 71994000 | 295318 | 36002268 | 264774 | 1794000 | 218004 |
| 4 | 289788000 | 638645 | 143000428 | 589300 | 3588000 | 443483 |
| 5 | 1151976000 | 1373300 | 574544650 | 1258040 | 7176000 | 894362 |

אופן מימוש חישוב החילופים:

לשם מציאת מספר החילופים במערך עבדנו לפי האלגוריתם הבא:

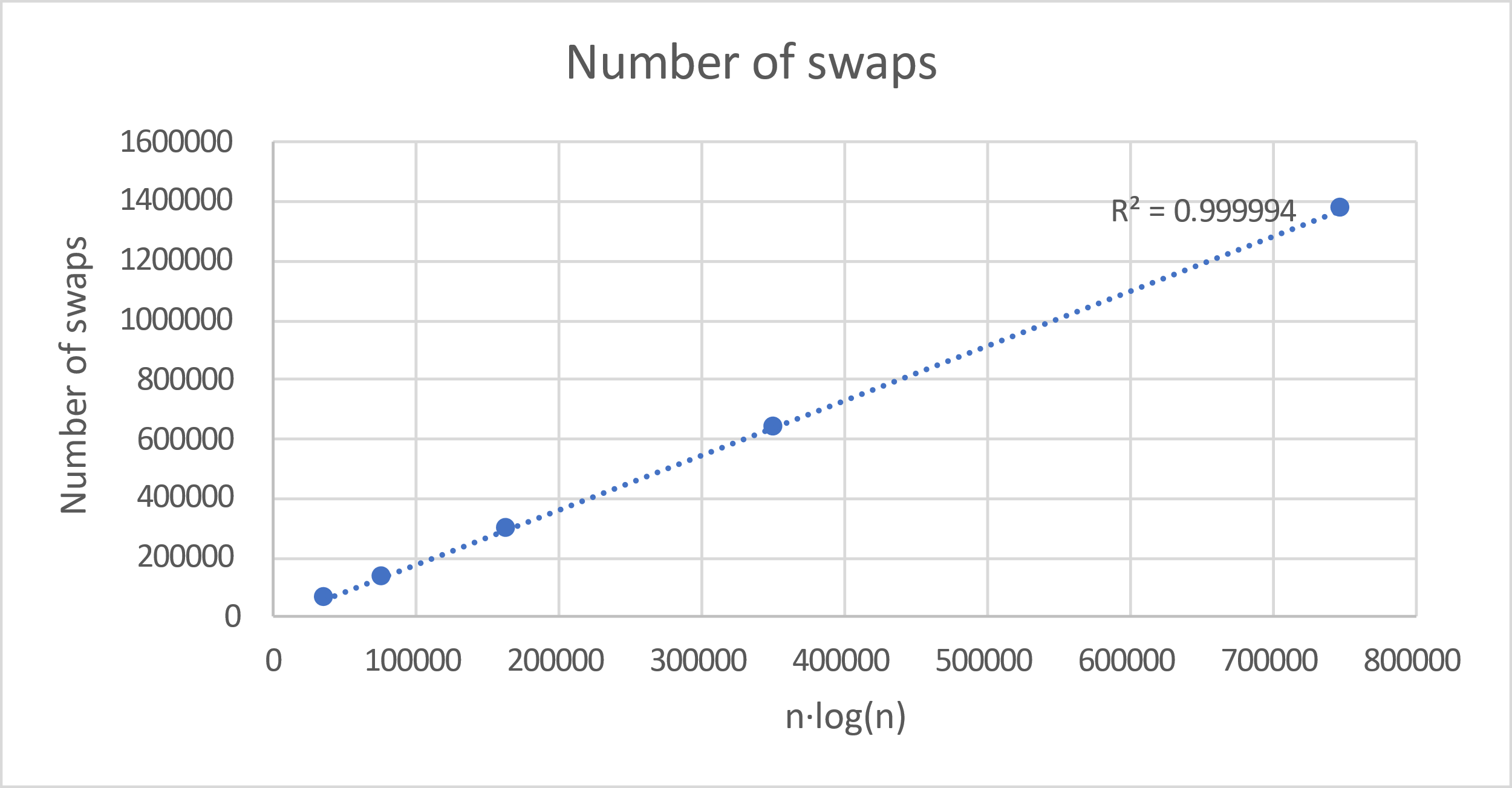
עבור כל צומת שהכנסנו לעץ בדקנו את ערך ה-(value-rank) של הצומת הנ"ל. סכמנו ערך זה על פני כל הצמתים שהוכנסו לעץ. הסכום שהתקבל הוא מספר אי הסדרים שבמערך.

1. ניתוח תיאורטי של מספר החילופים ועלות החיפושים של ה AVL במקרה של מערך ממוין-הפוך:

מספר החילופים במערך ממוין הפוך נתון ע"י הנוסחה: . זאת מכיוון שאם נספור את החילופים ע"פ כמה חילופים יוצר האיבר הגדול בזוג, נקבל שהאיבר n יוצר n-1 חילופים, האיבר n-1 יוצר n-2 חילופים, וכן הלאה עד האיבר 2 שיוצר חילוף 1, והאיבר 1 שיוצר אפס חילופים עקב היותו האחרון והכי קטן. לכן -  *כאמור לעיל.*

נתאר חסם הדוק עבור עלות החיפושים: כפי שלמדנו בכיתה עלות חיפוש של צומת בעץ בעל n צמתים היא מסיבוכיות ולכן נסכום על פני כל הצמתים ונקבל:

(זאת מכיוון שבשלב הi- אכן קיימים i איברים בעץ ולכן חיפוש מיקום הכנסת האיבר ה-i לוקח זמן).



נביט בגרף המצורף לעיל. הגרף מתאר את עלות מיון עץ ה- AVL עבור מערך ממוין - הפוך כתלות בפונקציה nlog(n).

קיבלנו גרף לינארי (ישר) מה שמעיד על כך שעלות מיון זה היא אכן מסיבוכיות כפי שציפינו.

כלומר, ישנה התאמה בין הערכים בטבלה מסעיף א' והניתוח מסעיף ב'.

בנוסף לכך, מדד ה- הוא 0.999994 מה שמעיד על איכות קירוב גבוהה מאוד.

# שאלה 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| מספר סידורי i | עלות join **ממוצע**  עבור split **אקראי** | עלות join **מקסימלי** עבור split **אקראי** | עלות join **ממוצע** עבור split של **האיבר** מקסימלי בתת העץ השמאלי | עלות join **מקסימלי** עבור split של **איבר** מקסימלי בתת העץ השמאלי |
| 1 | 3.25 | 7 | 2.6 | 13 |
| 2 | 3.0 | 7 | 3.0 | 15 |
| 3 | 3.0 | 5 | 2.19666666666665 | 17 |
| 4 | 2.615384 | 5 | 3.076923 | 18 |
| 5 | 2.6 | 7 | 2.857142= | 18 |
| 6 | 2.428571= | 5 | 3.07142857 | 20 |
| 7 | 2.307692 | 6 | 3.06666 | 21 |
| 8 | 2.555= | 6 | 2.473684 | 22 |
| 9 | 2.105263 | 7 | 2.578947 | 23 |
| 10 | 22.555= | 6 | 2.684210 | 25 |